Notice de mise en œuvre de calculs de rotors

Résumé :

Ce document constitue une aide à l'utilisateur pour la réalisation des études de machines tournantes dans *Code_Aster*. Il doit lui permettre de mener à bien un calcul de machines tournantes (analyses statiques, modales, harmoniques et transitoires).

La liste des cas-tests disponibles de machines tournantes dans *Code_Aster* est mise en annexe.

Table des Matières

1 Mise en équation

1.1 Équations du mouvement

Cette partie a pour objectif de présenter les aspects essentiels d'un calcul de ligne d'arbres. Pour cela, nous allons étudier le modèle simple de rotor de la Figure 1.1-a.

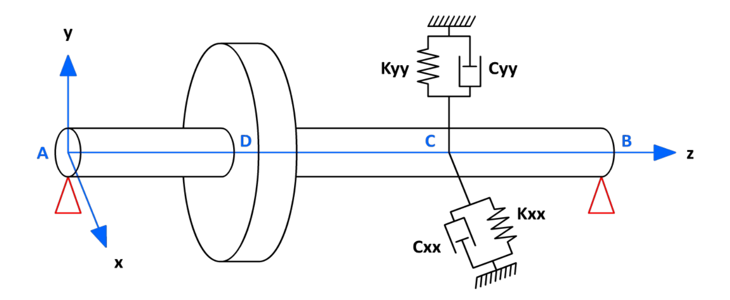


Figure 1.1-a : Modèle simplifié

Le rotor d'axe de rotation z est modélisé par une poutre qui comporte un disque au tiers de sa longueur. Il repose, d'une part, sur deux appuis infiniment rigides à chaque extrémité et, d'autre part, sur un palier linéaire dans les directions x et y situé aux deux tiers de la poutre.

Les expressions des énergies cinétiques de l'arbre, des disques et des paliers sont nécessaires pour caractériser ces derniers. L'arbre est de plus caractérisé par son énergie de déformation. Nous utilisons aussi les forces dues aux paliers afin de calculer le travail virtuel, et ainsi obtenir les efforts correspondants exercés sur l'arbre. Nous ne présenterons ici que les principales équations de comportement, sans nécessairement détailler les calculs pour y arriver.

Les équations générales du système sont donc obtenues selon le schéma suivant : on calcule pour les éléments du système, l'énergie cinétique T, l'énergie de déformation U et le travail virtuel des efforts extérieurs, puis on applique les équations de Lagrange sous la forme :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_i}+\frac{\partial U}{\partial q_i}=F_{q_i} \quad \text{avec} \quad 1<i<N \qquad \textbf{éq 1.1-1}$$

où N est le nombre de degrés de liberté, q_i sont les coordonnées indépendantes généralisées et F_{q_i} les forces généralisées.

On suppose que le disque est indéformable, et on se limite donc à sa caractérisation par son énergie cinétique. Ainsi, le disque est caractérisé par sa matrice d'inertie en son centre de gravité :

$$[I]=\begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \qquad \textbf{éq 1.1-2}$$

L'arbre est présenté comme une poutre à section circulaire constante et est caractérisé par ses énergies cinétique et de déformation.

Les termes de raideurs et d'amortissement sont supposés connus (cf. sous-section 7 pour plus de détails sur l'identification de ces coefficients). Les forces exercées par le palier sur l'arbre peuvent donc s'exprimer comme :

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{xx} & K_{xy} \\ C_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad \text{éq 1.1-3}$$

La Figure 1.1-b présente le modèle et les notations adoptés pour les paliers tandis que la Figure 1.1-a présentent une vue schématique de la ligne d'arbres.

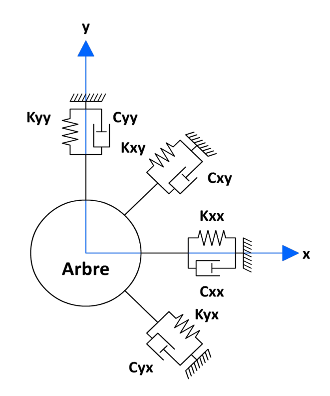


Figure 1.1-b : Modélisation linéaire des paliers

À partir du calcul des énergies cinétiques et de déformations de tous les éléments, et de l'équation éq 1.1-1 de Lagrange, on obtient des équations de comportement qui peuvent être réécrites sous une forme matricielle (voir équation éq 1.1-4) :

$$M.\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + C.\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \Omega.G.\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + K.\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad \text{éq 1.1-4}$$

Tableau 1.1-1

où M, C, G et K sont, respectivement, les matrices carrées de masse, d'amortissement, de gyroscopie et de raideur. Nous omettons volontairement le détail des calculs et renvoyons à l'ouvrage de Lalanne et Ferraris [1]. On remarquera que la matrice de gyroscopie est multipliée par la vitesse de rotation du rotor Ω. Le comportement dynamique de la ligne d'arbre dépend donc de sa vitesse de rotation. La solution homogène de cette équation permet de trouver les fréquences et modes propres du rotor.

2 Modélisation numérique des machines tournantes

Une étude de machines tournantes exige à la fois une modélisation de la partie tournante – la ligne d'arbres – et une modélisation des organes de supportage. Il est également possible de prendre en compte l'influence de la table de groupe, structure issue du génie civil et sur laquelle reposent les organes de supportage, sur le comportement dynamique de la ligne d'arbres.

2.1 Modélisation des parties tournantes

Les rotors se prêtent plutôt bien à une modélisation filaire. D'un point de vue dynamique, les lignes d'arbre sont des éléments flexibles et il est nécessaire de prendre en compte le cisaillement transverse dans le calcul du comportement. C'est pourquoi, une modélisation par des éléments finis

de type poutre de Timoshenko, prenant en compte l'effet gyroscopique, la déformation d'effort tranchant et l'inertie de rotation des sections, est classiquement choisie.

La théorie des poutres ne permet cependant pas de traiter correctement les changements brusques de section. En présence d'un changement de section important, la masse mise en jeu dans le mouvement correspond à la géométrie de la section. En revanche, en ce qui concerne la déformation, celle-ci est plus limitée et l'utilisation des dimensions de la structure pour la définition des sections des éléments aboutit à une forte sur-évaluation de la rigidité de la zone considérée.

Code_Aster doit donc permettre, pour chaque élément de rotor, un traitement dissocié des termes de masse et de rigidité. A chaque section d'un élément sont associées une section masse utilisée pour le calcul des termes élémentaires de masse et une section raideur utilisée pour le calcul des termes élémentaires de rigidité. La mise en données actuelle des modèles de lignes d'arbres se fait donc par 2 géométries duales (diamètre en raideur / diamètre en masse). Cette dualité diamètre de masse / diamètre de raideur s'explique par la règle empirique des $17°$. La définition de la masse et de la raideur de chaque élément de rotor s'appuie sur deux affectations différentes des caractéristiques élémentaires. De manière générale, la section masse correspond à la géométrie de la structure. Les sections raideur peuvent ne pas être en cohérence avec la géométrie de la structure du rotor notamment dans le cas de changement brusque de section.

Par ailleurs, une modélisation tridimensionnelle des rotors est aussi possible dans *Code_Aster*. Pour plus de détails sur la procédure à suivre, le lecteur pourra se référer aux documents de validation [V5.03.108], [V5.03.109] et [V5.03.110].

Les disques avec ailettes sont considérés comme rigides et modélisés par des masses et inerties équivalentes. Cela permet de négliger les modes locaux dus aux ailettes des rotors et de simplifier le modèle de la structure. À titre d'exemple, la représentation schématique d'une ligne d'arbre P4-P'4 est visible sur la figure ci-dessous.

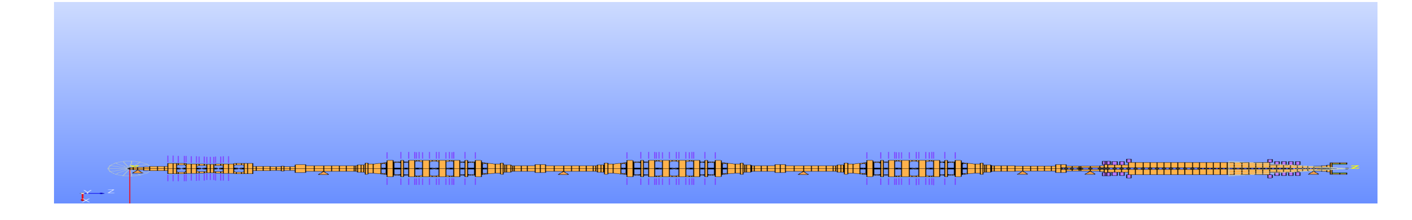


Figure 2.1-a: Représentation d'un modèle éléments finis P4-P'4

2.2 Modélisation des paliers de supportage

Dans une turbine du parc nucléaire, la ligne d'arbre est supportée par des paliers qui reposent sur le massif. La Figure 2.2-a présente les modèles et les notations adoptés.

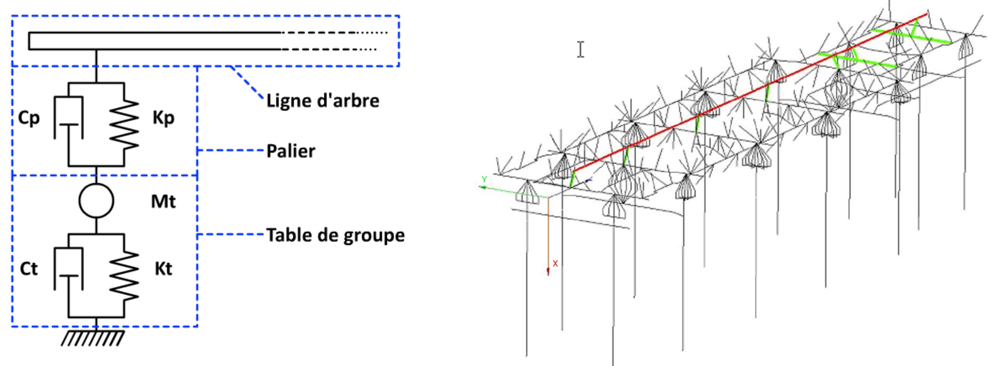


Figure 2.2-a : Représentations des paliers et de la table de groupe

2.2.1 Paliers linéaires

Dans une première approximation, un comportement linéaire peut être retenu pour les paliers, ce comportement étant fonction de la vitesse de rotation. En particulier, avec l'hypothèse des petits déplacements, les coefficients de raideur et d'amortissement peuvent être calculés en linéarisant les équations de Reynolds autour de la position d'équilibre. Puis, en calculant le travail virtuel $W_{paliers}$ des forces externes agissant sur l'arbre, il vient :

$$\delta W_{paliers} = \begin{bmatrix} F_x & F_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{Bmatrix}$$

avec F_x et F_y les composantes de la force généralisée agissant sur les paliers.

En supposant que le rotor est parfaitement rigide, que les déplacements de l'arbre se limitent au voisinage d'une position d'équilibre statique (indicée 0) et en considérant le cadre des petites perturbations (petits déplacements (x, y) et petites vitesses $(\dot{x}, \dot{y})$), les composantes des forces aux paliers s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} F_x(x+x_0, y+y_0, \dot{x}, \dot{y}) = F_x(x_0, y_0, 0, 0) + x\left[\frac{\partial F_x}{\partial x}\right]_0 + y\left[\frac{\partial F_x}{\partial y}\right]_0 + \dot{x}\left[\frac{\partial F_x}{\partial \dot{x}}\right]_0 + \dot{y}\left[\frac{\partial F_x}{\partial \dot{y}}\right]_0 + \ldots \\ F_y(x+x_0, y+y_0, \dot{x}, \dot{y}) = F_y(x_0, y_0, 0, 0) + x\left[\frac{\partial F_y}{\partial x}\right]_0 + y\left[\frac{\partial F_y}{\partial y}\right]_0 + \dot{x}\left[\frac{\partial F_y}{\partial \dot{x}}\right]_0 + \dot{y}\left[\frac{\partial F_y}{\partial \dot{y}}\right]_0 + \ldots \end{Bmatrix}$$

avec $k_{ij} = -\frac{\partial F_i}{\partial x}$ et $c_{ij} = -\frac{\partial F_i}{\partial \dot{x}_j}$ qui correspondent aux raideurs et aux amortissements dus au film d'huile. Ces coefficients peuvent être calculés de manière en fonction de la géométrie du palier, que l'on peut retrouver dans la littérature spécialisée pour des géométries très simples de paliers.
En se limitant au premier ordre, les forces exercées par le fluide sur le rotor, suite aux déplacements du centre du rotor, peuvent se mettre sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix}$$

avec les termes de matrices raideur et amortissement décrits par des fonctions linéaires par morceaux de la vitesse de rotation. Les valeurs des coefficients sont habituellement calculées par EDYOS.

2.2.2 Paliers non linéaires

En général, le comportement non linéaire des paliers peut être approché par une représentation linéaire de l'équation de Reynolds autour d'un point de fonctionnement. Or, d'après le REX des études EDF, pour certains paliers fluides, où les amplitudes des vibrations deviennent excessives, il est préférable de prendre en compte un comportement non linéaire, notamment lors du passage des vitesses critiques où le film d'huile est fortement écrasé.

Dans le cas des groupes turbo-alternateurs, la ligne d'arbres est supportée par des paliers hydrodynamiques qui ne peuvent pas être considérés comme passifs mais comme des éléments influant le comportement dynamique de la ligne d'arbres. En effet, le film d'huile a des propriétés de raideur et d'amortissement qui varient selon le régime de fonctionnement de la turbine, *i.e.* de

l'excentricité du rotor et de la vitesse de rotation (notamment aux vitesses critiques), et contrôlent la stabilité de l'ensemble.

Les réactions aux paliers sont obtenues après intégration du champ de pression calculé à partir de l'équation non linéaire de Reynolds. La résolution simultanée des équations du mouvement du rotor et du comportement hydrodynamique de chaque palier peut s'avérer complexe et coûteuse en temps de calcul.

La prise en compte de paliers non-linéaires pour le calcul de machines tournantes est réalisée par le couplage entre *Code_Aster* et EDYOS via YACS.

2.3 Modélisation de la table de groupe

Les paliers, via les chaises palières, reposent sur une structure issue du Génie Civil : la table de groupe. Cette table, composée principalement de poutres et de traverses, est relativement délicate à modéliser. Dans la majorité des études machines tournantes, on se contente d'une modélisation très simple. On dispose de trois types de modélisation :
–support rigide
–support simplifié
–support généralisé

2.3.1 Support rigide

Dans une modélisation de type « support rigide », la table de groupe n'est pas modélisée et le palier (linéaire ou non-linéaire) est directement relié à un nœud encastré. La table de groupe est alors indéformable et ne permet pas la transmission de vibrations entre les paliers. Il suffit alors simplement d'imposer des conditions aux limites de type encastrement sur les nœuds reliés aux paliers.

2.3.2 Support simplifié

Dans une modélisation de type « support simplifié », la table de groupe est modélisée par des éléments discrets caractérisés par un système masse-ressort-amortisseur (cf. Figure 2.2-a à gauche). Il suffit d'identifier les caractéristiques dynamiques de la table de groupe, et de les affecter aux éléments discrets. La raideur dynamique de la table de groupe est alors intégrée dans la modélisation, cependant, cette approche n'autorise pas de transmission de vibrations entre les paliers via la table de groupe.

2.3.3 Support généralisé

Dans une modélisation de type « support généralisé », le comportement du support est défini par une base modale calculée au préalable, par exemple à partir d'une modélisation 1D, 3D ou hybride 1D-3D de la table de groupe et de ses parties statiques (cf. Figure 2.2-a à droite). La prise en compte du massif généralisé peut se faire soit par calcul direct soit par sous-structuration de type Craig-Bampton ou Mac-Neal (cf. doc [U2.06.04] – Notice de construction des modèles réduits en dynamique). À titre d'exemple, le cas-test SDLV132 [U2.04.132] (cf. annexe) illustre la mise en œuvre d'un calcul modal de ligne d'arbres avec son massif généralisé, ce dernier étant pris en compte par sous-structuration. La procédure employée permet aussi de prendre en compte des spécificités technologiques (condenseur lié aux corps externes de turbine, par exemple).

3 Mise en données des études « machines tournantes »

De façon classique, la mise en données des études de machines tournantes passe par l'utilisation des opérateurs `AFFE_MODELE`, pour renseigner la modélisation, `AFFE_CARA_ELEM`, pour renseigner les caractéristiques des éléments, `AFFE_CHAR_MECA`, pour définir les conditions aux limites. On propose de décrire ces étapes dans la suite. Le calcul des matrices élémentaires et leurs assemblages seront également abordés.

3.1 Affectation des modèles

Après la lecture du maillage par l'opérateur `LIRE_MAILLAGE`, la création d'un modèle simple du rotor représenté par la Figure 1.1-a se fait par l'opérateur `AFFE_MODELE` comme suit :

```
MODELE=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAIL,
                      AFFE=(_F(GROUP_MA='ROTOR',
                               PHENOMENE='MECANIQUE',
                               MODELISATION='POU_D_T',),
                            _F(GROUP_MA=('DISQUE'),
                               PHENOMENE='MECANIQUE',
                               MODELISATION='DIS_TR',),),);
```

Comme indiqué précédemment, les éléments retenus pour la modélisation des rotors sont généralement des poutres de Timoshenko `'POU_D_T'`. La modélisation des disques et ailettes est réalisée généralement par `'DIS_TR'`.

3.2 Affectation des caractéristiques élémentaires

Après la définition (`DEFI_MATERIAU`) et l'affectation (`AFFE_MATERIAU`) des matériaux, la description des caractéristiques géométriques pour la mise en donnée du modèle (le rotor, les paliers et éventuellement le support) est effectuée via l'opérateur `AFFE_CARA_ELEM`. Au préalable, les caractéristiques des organes de supportages (paliers, butée) et, éventuellement, celles du support doivent être décrites.

Remarque :

En présence de changements brusques de section, il est préférable de construire deux structures de type `cara_elem` , pour la rigidité et pour la masse. Il est important de noter également que, pour les calculs dynamiques, les structures produites peuvent être incluses dans une boucle Python puisqu'elles dépendent de la vitesse de rotation.

3.2.1 Définition des organes de supportage

L'opérateur `DEFI_FONCTION` peut être utilisé pour décrire la variation des caractéristiques des organes de supportages en fonction de la vitesse de rotation. Par exemple, le palier représenté sur la Figure 1.1-a , est renseigné par la fonction suivante décrivant la variation de la raideur dans la direction x :

```
KXX1=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                    NOM_RESU='KXX1',
                        VALE=( 1500.0,8600000000.0, 750.0,13000000000.0, ),
             PROL_DROITE='CONSTANT', PROL_GAUCHE='CONSTANT', VERIF='NON',);
```

De façon similaire, on renseigne les coefficients d'amortissement et de masse (pour les butées) dans toutes les directions.

On utilise ces caractéristiques pour renseigner les éléments discrets représentant l'influence des paliers (`K_TR_L` , `A_TR_L` et `M_TR_L`).

3.2.2 Définition du support simplifié

L'opérateur `DEFI_FONCTION` peut être utilisé pour décrire la variation des caractéristiques (raideur, amortissement, masse) du support simplifié en fonction de la vitesse de rotation, de manière semblable à la définition des organes de supportage.

On utilise ensuite également les éléments discrets K_TR_L , A_TR_L et M_TR_L pour décrire l'influence du support simplifié sur le comportement de la ligne d'arbres.

3.2.3 Définition des éléments discrets et orientation

L'inertie des disques et ailettes est modélisée par des éléments discrets du type M_TR_D_N .

Remarque sur l'orientation de la ligne d'arbres et des éléments discrets :

Quelque que soit le système étudié, l'axe de rotation de la ligne d'arbres est fixé dans *Code_Aster* : il s'agit de l'axe z , qui correspond également à l'axe de rotation fixé dans EDYOS.
Les éléments discrets doivent être définis dans le repère local, par exemple :

```
_F( CARA='M_TR_D_N',
 MAILLE='DISQUE',
 REPERE='LOCAL',
   VALE=(1967.0,0.0,0.0,0.0,0.,0.,0.,0.,0.,0.), ),
```

Le mot-clé ORIENTATION permet ensuite de définir les repères locaux associés à chaque éléments discrets.

```
ORIENTATION=_F( GROUP_MA=('MS1Z1'),
                   CARA='ANGL_NAUT',
                   VALE=(0,-90.0,0), ),
```

3.2.4 Bilan

Sur la base du rotor représenté sur la Figure 1.1-a et dans le cas où le support est considéré comme rigide, on a :

```
CARELEM=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MODELE,
                       POUTRE=_F(GROUP_MA='ROTOR',
                                 SECTION='CERCLE',
                                 CARA='R',
                                 VALE=(.025),),
                       DISCRET=(_F( CARA='K_TR_L',
                                 MAILLE='SP1',
                                   SYME='OUI',
                       VALE=(KXX1(nbTour),KXY1(nbTour),KYY1(nbTour),0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,            -KXX1(nbTour),KXY1(nbTour),0,0,0,0,
KXX1(nbTour),-KXY1(nbTour),-KYY1(nbTour),0,0,0,0,KXY1(nbTour),KYY1(nbTour),
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0), ),
                                 _F(CARA='M_TR_D_N',
                                GROUP_MA='DISQUE',
                                 REPERE='LOCAL',
                                   VALE=(0.0383,3.E-6,1.8E-6,1.8E,
                                        6,0.,0.,0.,0.,0.,0.), ),)
                    ORIENTATION=_F( GROUP_MA=('MA_MAS'),
                                    CARA='ANGL_NAUT',
                                    VALE=(0,-90.0,0), ),);
```

Remarque :

Code_Aster autorise la construction d'éléments de poutre à section circulaire variable (section à variation homothétique) : elle est introduite en faisant l'approximation que l'inertie moyenne de la poutre est la moyenne de ses inerties aux deux extrémités. La méthode de validation utilisée pour mesurer l'effet de cette hypothèse est purement numérique [V2.02.127].

3.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont classiquement renseignées via l'opérateur AFFE_CHAR_MECA.

Pour les groupes de nœuds désignant les **paliers linéaires** , on bloque les degrés de liberté suivant : DRX , DRY , DRZ , DZ . Lorsque le **palier est non-linéaire** , on ajoute aux conditions précédentes les blocages suivant DX et DZ . D'autre part, **si le comportement en torsion de la ligne d'arbres n'est pas évalué** , on bloque les nœuds de la ligne d'arbres suivant DRZ . De la même manière, **si le comportement en compression de la ligne d'arbres n'est pas évalué** , on bloque les nœuds de la ligne d'arbres suivant DZ . **En présence d'une fissure** , les degrés de liberté DX , DY , DRX et DRY des groupes de nœuds encadrant la fissure sont bloqués.

Les conditions aux limites permettent également de tenir compte de la chaînette de la ligne d'arbres (délignage sous l'effet du poids propre).

3.3.1 Exemple : prise en compte de chaînette de la ligne d'arbres

Pour des calculs intégrant la chaînette de la ligne d'arbres, on impose l'altimétrie des différents nœuds des paliers. Ces conditions aux limites en déplacement pour les nœuds paliers (avec ou sans chaînette) sont réalisées à l'aide du mot-clé DDL_IMPO, dans la commande AFFE_CHAR_MECA. Par exemple, les conditions aux limites pour l'étude d'une ligne d'arbres P4-P'4 en flexion avec prise en compte de la chaînette peuvent être les suivantes :

```
POIDS=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MODELE,
                     DDL_IMPO=(_F(GROUP_NO='NO_LA',  DRZ=0, DZ=0.,),
                                _F(GROUP_NO='NO_PAL',  DRX=0.,  DRY=0.,  DRZ=0., 
DZ=0.,),
                                _F(GROUP_NO='SUP', DX=0., DY=0., DZ=0., DRX=0., 
DRY=0., DRZ=0.,),
                                _F(NOEUD='N2',   DY=-0.0160, ),
                                _F(NOEUD='N40',  DY=-0.0049, ),
                                _F(NOEUD='N110', DY= 0.0040, ),
                                _F(NOEUD='N180', DY= 0.0020, ),
                                _F(NOEUD='N247', DY=-0.0059, ),
                                _F(NOEUD='N258', DY=-0.0089, ),
                                _F(NOEUD='N291', DY=-0.0210, ),),
                    PESANTEUR=(_F(GRAVITE=9.81,
                                 DIRECTION=(1.,0.,0.,),),),);
```

3.4 Calcul des matrices élémentaires et assemblage

3.4.1 Matrices de raideur, de masse et d'amortissement mécaniques

Le calcul des matrices élémentaires de raideur et de masse se fait via l'opérateur CALC_MATR_ELEM, options RIGI_MECA et MASS_MECA :

```
RIGI_ELE=CALC_MATR_ELEM(OPTION='RIGI_MECA',
                        MODELE=MODELE,
                        CHAM_MATER=CHMAT,
                        CARA_ELEM=CARELEM,
                        CHARGE=CONDLIM,);

MASS_ELE=CALC_MATR_ELEM(OPTION='MASS_MECA',
                        MODELE=MODELE,
                        CHAM_MATER=CHMAT,
                        CARA_ELEM=CARELEM,
                        CHARGE=CONDLIM,);
```

Ensuite un concept `sd-nume_ddl` doit être crée pour générer la numérotation de degrés de liberté :

```
NUMEDDL=NUME_DDL(MATR_RIGI=RIGI_ELE, );
```

Les matrices élémentaires sont ensuite assemblées avec l'opérateur `ASSE_MATRICE` :

```
RIGIDITE=ASSE_MATRICE(MATR_ELEM=RIGI_ELE,
                      NUME_DDL=NUMEDDL,);

MASSE=ASSE_MATRICE(MATR_ELEM=MASS_ELE,
                   NUME_DDL=NUMEDDL,);
```

Remarque :

L'ensemble des trois opérations décrites ci-dessus peut être réalisé via la macro-commande `ASSEMBLAGE`.

La matrice d'amortissement mécanique (dans les paliers) est générée de la même façon :

```
AMOR_ELE=CALC_MATR_ELEM(OPTION='AMOR_MECA',
                        MODELE=MODELE,
                        CHAM_MATER=CHMAT,
                        CARA_ELEM=CARELEM,
                        RIGI_MECA=RIGI_ELE,
                        MASS_MECA=MASS_ELE,
                        CHARGE=CONDLIM,);

AMOR=ASSE_MATRICE(MATR_ELEM=AMOR_ELE,
                  NUME_DDL=NUMEDDL,);
```

3.4.2 Matrices gyroscopiques

La gyrocopie est disponible dans *Code_Aster* pour les éléments volumiques, les éléments discrets et les éléments de poutre droite de type Euler et Timoshenko, éventuellement multi-fibre avec gauchissement.

Pour les éléments de poutre et les éléments discrets, les matrices d'amortissement et de raideur gyroscopiques sont calculées comme suit :

```
GYRO_ELE=CALC_MATR_ELEM(OPTION='MECA_GYRO',
                      MODELE=MODELE,
                      CHAM_MATER=CHMAT,
                      CARA_ELEM=CARELEM,);

GYRO=ASSE_MATRICE(MATR_ELEM=GYRO_ELE,
                  NUME_DDL=NUMEDDL,);

RIGY_ELE=CALC_MATR_ELEM(OPTION='RIGI_GYRO',
                      MODELE=MODELE,
                      CHAM_MATER=CHMAT,
                      CARA_ELEM=CARELEM,);

RIGY=ASSE_MATRICE(MATR_ELEM=RIGY_ELE,
                  NUME_DDL=NUMEDDL,);
```

Pour les éléments volumiques, on doit d'abord définir un chargement de rotation unitaire (vitesse de rotation égale à 1 tr/min) autour de l'axe de rotation souhaité comme suit :

```
CL_ROTA=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MODELE,
                       ROTATION=_F(VITESSE=1,
```

```
                                    AXE=(nx,ny,nz),),);
```

Avec, par exemple, nx=0, ny=0 et nz=1 pour une rotation autour de l'axe Z. **L'utilisateur veillera à ce que le vecteur défini (nx,ny,nz) soit normé à 1.**

Ensuite, les matrices d'amortissement et de raideur gyroscopiques sont calculées à l'aide de la charge `CL_ROTA` comme suit :

```
GYRO_ELE=CALC_MATR_ELEM(OPTION='MECA_GYRO',
                        MODELE=MODELE,
                        CHAM_MATER=CHMAT,
                        CHARGE=CL_ROTA,);

GYRO=ASSE_MATRICE(MATR_ELEM=GYRO_ELE,
                    NUME_DDL=NUMEDDL,);

RIGY_ELE=CALC_MATR_ELEM(OPTION='RIGI_GYRO',
                        MODELE=MODELE,
                        CHAM_MATER=CHMAT,
                        CHARGE=CL_ROTA,);

RIGY=ASSE_MATRICE(MATR_ELEM=RIGY_ELE,
                    NUME_DDL=NUMEDDL,);
```

Les contributions des matrices d'amortissement et de raideur gyroscopiques doivent être respectivement multipliées par la vitesse et l'accélération angulaires, exprimées en rad/s et rad/s/s, et sont combinées après assemblage aux matrices d'amortissement et de rigidité classiques par l'opérateur **`COMB_MATR_ASSE`** comme suit :

```
OM=1500.*pi/30. # Pour obtenir la vitesse de rotation en rad/s
GYOM=COMB_MATR_ASSE(COMB_R=(_F(MATR_ASSE=GYRO, COEF_R=OM,),
                            _F(MATR_ASSE=AMOR, COEF_R=1.,),))
```

Pour plus de détails sur l'utilisation de l'amortissement et de la raideur gyroscopique dans *Code_Aster*, le lecteur peut se référer à la documentation [U2.06.31].

4 Calculs de type « machines tournantes »

Il est possible de réaliser plusieurs types de calcul pour des études de machines tournantes dans *Code_Aster* :

- **analyse statique**,
- **analyse modale**,
- **analyse transitoire**,
- **analyse harmonique**.

Les opérateurs utilisés actuellement pour les calculs de type machines tournantes sont l'opérateur de calcul statique (`MECA_STATIQUE`), l'opérateur de calcul modal (`CALC_MODES`), l'opérateur unique permettant de réaliser des calculs harmoniques et des calculs dynamiques transitoires sur base physique ou sur base réduite (`DYNA_VIBRA`).

Ces calculs peuvent être réalisés **en présence d'une fissure** : on indiquera également comment prendre en compte une fissure dans les calculs de machines tournantes.

On décrira enfin la **méthode de référence** utilisée pour évaluer le comportement d'un GTA lors d'une **situation accidentelle** caractérisée par la perte d'une ailette terminale.

4.1 Analyse statique

Une première validation élémentaire du modèle numérique de ligne d'arbres construit peut être réalisée, par exemple, par un calcul de déformée statique sous l'action du poids. Le chargement mécanique s'effectue alors via l'opérateur AFFE_CHAR_MECA.

Par exemple, le calcul des efforts résultant de la configuration chaînette de ligne d'arbres se fait via l'opérateur MECA_STATIQUE [U4.51.01] :

```
STAT = MECA_STATIQUE ( MODELE = MODELE,
               CHAM_MATER = CHMAT,
               CARA_ELEM = CARELEM,
               EXCIT = (_F(CHARGE= POIDS,),),);
```

On utilise ensuite l'opérateur de post-traitement CALC_CHAMP, avec l'option REAC_NODA pour obtenir les efforts aux appuis paliers dans cette configuration :

```
STAT = CALC_CHAMP ( reuse = STAT,
                    RESULTAT = STAT,
                    FORCE  = ('REAC_NODA'),)
```

Les réactions d'appui au niveau des nœuds paliers sous poids propre permettent de connaître la charge supportée par chaque palier. À l'aide d'une étude EDYOS, il reste à déterminer la position correspondante et les coefficients linéarisés.

4.2 Calcul modal

Le calcul modal fournit les solutions propres (fréquences, modes propres) des machines tournantes, ce qui permet d'obtenir par exemple les vitesses critiques. Selon la taille du modèle considéré (nombre de degrés de liberté), le calcul modal peut être réalisé de deux façons différentes : par **calcul direct** ou par **calcul sur une base de projection**.

4.2.1 Calcul modal direct

Pour les systèmes à un nombre réduit de degrés de liberté, un calcul modal direct peut être réalisé avec l'opérateur CALC_MODES et avec l'un ou l'autre des algorithmes de résolution (algorithme QZ algorithme SORENSEN). Par exemple :

```
MODEG = CALC_MODES ( MATR_RIGI = RIGIDITE,
                     MATR_MASS = MASSE,
                     MATR_AMOR = GYOM,
                     OPTION    = 'CENTRE',
                     CALC_FREQ = _F(FREQ = 1.,
                                 NMAX_FREQ = 16)
                     SOLVEUR_MODAL=_F(METHODE='SORENSEN'))
```

Selon que l'on cherche à déterminer l'intégralité ou une partie du spectre, on utilisera respectivement les algorithmes de résolution modale de type QZ ou SORENSEN.

4.2.2 Calcul modal par projection sur une base de Ritz

Pour réaliser un calcul modal pour des systèmes à grand nombre de degrés de liberté (plus de 300 degrés de liberté), deux étapes sont nécessaires :

−Construction d'une base de Ritz constituée des modes propres du système conservatif associé enrichis de modes statiques

–Calcul modal sur les matrices de masse, raideur et amortissement projetées dans la base de Ritz et restitution dans la base physique

4.2.2.1 Construction de la base de Ritz

Pour construire la base de projection, on doit :

– **calculer les modes propres du système conservatif associé (sans amortissement) avec des conditions aux limites de type appuyé-appuyé, réalisées en bloquant les nœuds paliers coté rotor.** Par exemple, on peut utiliser l'opérateur `CALC_MODES` :

```
BASEAP = CALC_MODES(MATR_RIGI = KSYM,
                    MATR_MASS = MSYM,
                 OPTION    = 'CENTRE',
                 CALC_FREQ = _F(FREQ = 1.,
                        NMAX_FREQ = 16)
              SOLVEUR_MODAL=_F(METHODE='SORENSEN') )
```

–**calculer les modes statiques où un mode statique correspond à la réponse statique de la ligne d'arbres à un déplacement unitaire imposé sur le nœud palier dans les directions X et Y.** Par exemple, pour calculer un mode statique correspondant à un palier, on peut utiliser l'opérateur `MODE_STATIQUE` :

```
MDST = MODE_STATIQUE ( MATR_RIGI = K,
                       MATR_MASS = M,
                       MODE_STAT = _F( NOEUD = ' P1',
                                    AVEC_CMP = ('DX','DY') ) )
```

On utilise ensuite l'opérateur `DEFI_BASE_MODALE` pour construire la base de projection constituée des modes propres du système amorti enrichis des modes statiques. On obtient donc :

```
BASET = DEFI_BASE_MODALE( RITZ =( _F(MODE_MECA=( BASEAP,MDST ) ),
                      NUME_REF = NDDL )
```

L'opérateur `NUME_DDL_GENE` permet enfin d'établir la relation entre les degrés de liberté dans la base physique et les degrés de liberté dans la base de projection.

```
NUMGE = NUME_DDL_GENE( BASE = BASET, STOCKAGE = 'PLEIN')
```

4.2.2.2 Calcul modal des matrices réduites et restitution sur base physique

On projette ensuite les matrices de raideur, de masse et, éventuellement, d'amortissement sur la base de Ritz construite précédemment en utilisant l'opérateur `PROJ_MATR_BASE`. Par exemple, la matrice de masse réduite est obtenue par :

```
MG = PROJ_MATR_BASE( BASE = BASET, MATR_ASSE = M, NUME_DDL_GENE = NUMGE )
```

Une fois les matrices réduites construites, on utilise l'opérateur `CALC_MODES` pour la résolution du problème aux valeurs propres réduit en fixant la méthode `QZ` :

```
MODG = CALC_MODES (  MATR_RIGI = KG,
                     MATR_MASS = MG,
                     MATR_AMOR = CG,
         OPTION    = 'CENTRE',
            CALC_FREQ = _F(FREQ = 1.,
                   NMAX_FREQ = 16)
                 SOLVEUR_MODAL = _F(METHODE='QZ') )
```

Le retour aux coordonnées physiques se fait enfin via l'opérateur `REST_GENE_PHYS`:

```
MODP = REST_GENE_PHYS( RESU_GENE = MODG,
                        TOUT_CHAM = 'OUI',
                       TOUT_ORDRE = 'OUI' )
```

4.2.3 Modélisation de l'amortissement en dynamique linéaire

En plus de l'amortissement apporté par les paliers hydrodynamiques, il existe une autre source d'amortissement dans les machines tournantes. Il s'agit de l'amortissement du matériau (béton du Génie Civil, par exemple). Il existe plusieurs modélisations de l'amortissement :
- l'amortissement visqueux
- l'amortissement hystérétique (dit aussi « amortissement structural »)

Pour plus de détails, le lecteur est renvoyé à la documentation de référence [R5.05.04].
En ce qui concerne les études de machines tournantes, il est également d'usage d'effectuer des analyses linéaires en utilisant les méthodes de réponse dynamique par projection sur base modale, avec une base modale de modes propres réels. Dans ce cas, l'amortissement est utilisé pour la stabilisation numérique ou alors pour simuler des résultats expérimentaux (recalage).

Dans *Code_Aster*, il est possible d'introduire des coefficients d'amortissement modaux. Dans les opérateurs `DEFI_BASE_MODALE` et `DYNA_VIBRA`, les mot-clés `AMOR_REDUIT` et/ou `LIST_AMOR` permettent d'ajouter des amortissements réduits (pourcentages de l'amortissement critique) pour les modes même si à l'origine ils sont des modes réels.

Dans le cas d'un calcul par sous-structuration dynamique, les amortissements réduits sont définis pour chaque sous-structure séparément (opérateur `MACR_ELEM_DYNA` [U4.65.01]).

4.3 Analyse transitoire

L'analyse transitoire a pour objectif de déterminer la réponse dynamique transitoire à un chargement temporel quelconque.

4.3.1 Définition d'un effort tournant de type balourd en transitoire

Pour créer un effort de type balourd, il est nécessaire de créer un effort de module proportionnel à ω^2 et d'en effectuer une décomposition en une composante en cosinus et une composante en sinus suivant les deux directions radiales `dx` et `dy`. On doit donc définir la fonction cosinus pour l'application de l'effort dans la direction `dx` et la fonction sinus pour l'application de l'effort dans la direction `dy`. On utilise pour cela les opérateurs `FORMULE` et `AFFE_CHAR_MECA`. Par exemple, si l'on applique un balourd d'amplitude 0.05 kg.m de phase nulle (balourd colinéaire à `x`), on écrit :

```
FCM0 = FORMULE ( VALE = 'OM*OM*cos(OM*INST+0.0)', NOM_PARA='INST')
 FH0 = AFFE_CHAR_MECA ( MODELE = MODELE,
                FORCE_NODALE = _F( NOEUD = 'N6Z1',
                                      FX = 0.05 ))

FCM1 = FORMULE ( VALE = 'OM*OM*sin(OM*INST+0.0)',NOM_PARA='INST')
 FH0 = AFFE_CHAR_MECA ( MODELE = MODELE,
                FORCE_NODALE = _F( NOEUD = 'N6Z1',
                                      FY = 0.05 ))
```

4.3.2 Calcul de la réponse transitoire au balourd

Il est possible de déterminer la réponse transtoire soit sur base physique soit sur base modale. Dans les deux cas, l'opérateur unique `DYNA_VIBRA` est utilisé.

4.3.2.1 Réponse transitoire sur base physique

Dans le cas de la réponse transitoire sur base physique, l'opérateur unique DYNA_VIBRA fait appel à l'opérateur historique DYNA_LINE_TRAN. Par exemple, si l'on désire calculer la réponse transitoire d'une ligne d'arbres entre 0 et 5 s, on pourra écrire :

```
TRP = DYNA_VIBRA ( TYPE_CALCUL = 'TRAN',
                   BASE_CALCUL = 'PHYS',
              MATR_MASS = M,
              MATR_RIGI = K,
              MATR_AMOR = GOM,
              SCHEMA_TEMPS =_F(SCHEMA='NEWMARK', BETA=0.25,GAMMA=0.5,),
           INCREMENT =_F(INST_INIT=0.0,INST_FIN=5,PAS=0.00025,),
           EXCIT = ( _F(VECT_ASSE=FHa0,FONC_MULT=FCM0,),
                     _F(VECT_ASSE=FHa1,FONC_MULT=FCM1)))
```

4.3.2.2 Réponse transitoire sur base modale

La construction de la base de projection se fait de la même manière que pour la réalisation d'un calcul modal par projection sur une base de Ritz (modes propres du système conservatif associé enrichis des modes statiques). On veillera cependant à calculer également les coordonnées généralisées de l'effort dans la base de projection via l'opérateur PROJ_VECT_BASE .

De la même manière que précédemment, pour calculer la réponse transitoire par projection sur base modale, on utilise l'opérateur DYNA_VIBRA qui fait appel dans ce cas à l'opérateur historique DYNA_TRAN_MODAL .

```
TRG=DYNA_VIBRA ( TYPE_CALCUL = 'TRAN',
                 BASE_CALCUL = 'GENE',
            VITESSE_VARIABLE = 'NON',
                   MATR_MASS = MG,
                   MATR_RIGI = KG,
                   MATR_AMOR = CG,
          EXCIT  =( _F(VECT_ASSE_GENE=FHG0,FONC_MULT=FCM0,),
                    _F(VECT_ASSE_GENE=FHG1,FONC_MULT=FCM1,), ),
          SCHEMA_TEMPS=_F(SCHEMA='EULER',),
          INCREMENT=_F(INST_INIT=0.0,INST_FIN=5,PAS=1.5625e-05,), );
```

On utilisera ensuite l'opérateur REST_GENE_PHYS pour la restitution sur base physique.

4.3.2.3 Cas particulier d'un transitoire de vitesse

La modélisation du ralentissement transitoire d'une machine tournante nécessite la prise en compte de la dépendance des matrices d'amortissement et de raideur gyroscopiques (options MECA_GYRO et RIGI_GYRO) et des forces tournantes de balourd à la vitesse et l'accélération angulaires.

Dans le cas de consigne connue d'avance (c'est à dire vitesse imposée ou pilotée), les transitoires lents (évolution « lente » par paliers de la vitesse de rotation) peuvent être traités comme suit :

- on définit un pas de vitesse de rotation pour la mise à jour des matrices et des efforts (vitesse de rotation constante par blocs),
- on réalise les calculs transitoires par intervalle de vitesse,
- on construit la solution par poursuites successives.

Toujours dans le cas de consigne connue d'avance (soit vitesse imposée ou pilotée), les transitoires rapides (évolution « rapide » de la vitesse de rotation) de vitesse peuvent être traités en ajoutant le mot-clé VITESSE_VARIABLE = 'OUI' dans l'opérateur unique DYNA_VIBRA. On doit alors définir

les lois de vitesse et d'accélération angulaires imposées par des formules ou des fonctions dans *Code_Aster* comme suit :

```
NTRIMdeb = 0.0;
OMdeb = 2 * pi * NTRIMdeb / 60.0; # vitesse de rotation initiale en rad/s
tdeb = 0.0; # instant initial en s
NTRIMfin = 5000.0;
OMfin = 2 * pi * NTRIMfin / 60.0; # vitesse de rotation finale en rad/s
tfin = 12.0; # instant final en s
```

Exemple de loi d'évolution linéaire de la vitesse de rotation

```
A = (OMdeb*tfin-OMfin*tdeb)/(tfin-tdeb);
B = (OMdeb-OMfin)/(tdeb-tfin);
C = PHIdeb - A*tdeb - 0.5*B*(tdeb**2);
VITE=FORMULE(VALE='A+B*INST',
             NOM_PARA='INST',);
ACCE=FORMULE(VALE='B',
             NOM_PARA='INST',);
```

Exemple de loi d'évolution exponentielle de la vitesse de rotation

```
alpha = 3.273e-01;
A=((exp(alpha*tfin)*OMfin)-(exp(alpha*tdeb)*OMdeb))/(exp(alpha*tfin)-
exp(alpha*tdeb));
B = (OMfin-OMdeb)/(exp(-alpha*tfin)-exp(-alpha*tdeb));
C = PHIdeb - A*tdeb - ((B/alpha)*exp(-alpha*tdeb));
VITE=FORMULE(VALE='A+B*exp(-alpha*INST)',
             NOM_PARA='INST',);
ACCE=FORMULE(VALE='-alpha*B*exp(-alpha*INST)',
             NOM_PARA='INST',);
```

Ensuite, on alimente l'opérateur de calcul par les lois angulaires `VITE` et `ACCE` ainsi que les matrices gyroscopiques assemblées `AMGE` et `GYGE` sous les mot-clés `VITE_ROTA`, `ACCE_ROTA`, `MATR_GYRO` et `MATR_RIGY`.

```
TRG = DYNA_VIBRA( TYPE_CALCUL = 'TRAN',
                  BASE_CALCUL = 'GENE',
             VITESSE_VARIABLE = 'OUI',
                    VITE_ROTA = VITE,
                    ACCE_ROTA = ACCE,
                    MATR_MASS = MG,
                    MATR_RIGI = KG,
                    MATR_RIGY = KGYG,
                    MATR_AMOR = CG,
                    MATR_GYRO = GG,
                        EXCIT =( _F(VECT_ASSE_GENE=FHG0,FONC_MULT=FCM0),
                                 _F(VECT_ASSE_GENE=FHG1,FONC_MULT=FCM1))
             SCHEMA_TEMPS=_F(SCHEMA='NEWMARK', BETA=0.25,GAMMA=0.5,),
             INCREMENT=_F(INST_INIT=tdeb,INST_FIN=tfin,PAS=pdtf))
```

Pour plus de détails, le lecteur est renvoyé au document de validation [V2.02.144] du cas-test SDLL144 mettant en œuvre un transitoire de vitesse de rotation ainsi qu'aux documents d'utilisation [U4.53.03] et [U4.53.21] des opérateurs `DYNA_TRAN_MODAL` et `DYNA_VIBRA` .

4.4 Analyse harmonique

L'analyse harmonique a pour objectif de déterminer la réponse harmonique à un chargement en régime permanent : cette analyse suppose que le transitoire de chargement est amorti. Il suppose

également que le comportement de la machine est linéaire et que la structure est soumise à des chargements harmoniques de même pulsation d'excitation.

4.4.1 Définition d'un effort tournant de type balourd en harmonique

Pour créer un effort de type balourd, il est nécessaire de créer un effort de module proportionnel à ω^2 , et d'en effectuer une décomposition en une composante en cosinus et une composante en sinus suivant les deux directions radiales. Dans un calcul harmonique, le chargement est la partie réelle de l'excitation et donc en cosinus. Comme $\cos(\omega \cdot t - \pi/2) = \sin(\omega \cdot t)$, le chargement suivant l'autre direction radiale est donc affecté d'une phase de $-90°$ en plus du déphasage.

Exemple de rotation suivant l'axe OX :

```
balou = 0.05;  # Valeur du balourd en kg.m
PHI = 0.0;  # angle entre la direction x  et celle du balourd à l'instant initial


NTRIM = 15000.0;  # vitesse de rotation en tours/min
FREQ = (NTRIM / 60.0);  # fréquence de rotation en Hz
OM = ((FREQ * 2) * pi);  # vitesse de rotation en rad/s
AMOGYRO=COMB_MATR_ASSE(COMB_R=(_F(MATR_ASSE=GYRO,
                                  COEF_R=OM,),
                               _F(MATR_ASSE=AMOR,
                                  COEF_R=1.0,),),);
```

Création d'un balourd de module $balou \times OM^2$ sur le nœud N_DIS

```
bal_FY=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MODELE,
                      FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='N_DIS2',
                                      FY=(balou * (OM ** 2)),),);
bal_FZ=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MODELE,
                      FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='N_DIS2',
                                      FZ=(balou * (OM ** 2)),),);
```

La dérivation du vecteur élémentaire correspondant au chargement mécanique (option `CHAR_MECA`) se fait à l'aide de l'opérateur `CALC_VECT_ELEM` .

```
bal_FYe=CALC_VECT_ELEM(OPTION='CHAR_MECA',
                       CHARGE=bal_FY,);
bal_FZe=CALC_VECT_ELEM(OPTION='CHAR_MECA',
                       CHARGE=bal_FZ,);
```

L'assemblage se fait via l'opérateur `ASSE_VECTEUR` selon bien évidement la même numérotation des degrés de liberté que celle des matrices assemblées.

```
bal_Yass=ASSE_VECTEUR(VECT_ELEM=bal_FYe,
                      NUME_DDL=NUMEDDL,);
bal_Zass=ASSE_VECTEUR(VECT_ELEM=bal_FZe,
                 NUME_DDL=NUMEDDL ,);
```

4.4.2 Calcul de la réponse harmonique au balourd

Afin de déterminer les vitesses critiques de rotation, il est nécessaire de rechercher les vitesses de rotation pour lesquelles l'amplitude de vibration est maximale. Pour ce faire, la résolution du problème harmonique de réponse à un balourd peut être effectuée en considérant l'une après l'autre, toutes les

fréquences d'excitation contenues dans une liste définie par l'utilisateur. On suppose un chargement synchrone avec la vitesse de rotation de la machine et on réalise un balayage des fréquences d'excitation (et donc des vitesses de rotation) avec un pas de discrétisation. La valeur de ce pas est choisie judicieusement pour permettre de capter toutes les vitesses critiques dans la plage étudiée.

4.4.2.1 Réponse harmonique sur base physique

Le calcul de la réponse harmonique à un balourd sur base physique se fait via l'opérateur unique `DYNA_VIBRA` (`TYPE_CALCUL='HARM'` et `BASE_CALCUL='PHYS'`) et fait appel à l'opérateur historique `DYNA_LINE_HARM`.

4.4.2.2 Réponse harmonique sur base modale

Le calcul harmonique nécessite la résolution d'un système linéaire, mais celle-ci est peu coûteuse. L'intérêt de la réduction modale pour un calcul harmonique est donc limité étant donné la rapidité d'un tel calcul. Toutefois, les deux calculs, sur bases physique et modale, peuvent être menés et conduisent aux mêmes résultats du moment que la base modale est suffisamment représentative.

En plus de la constitution de la base modale et de la projection des matrices assemblées, il est nécessaire de projeter les chargements mécaniques (balourd dans ce cas). La projection du chargement est effectuée via l'opérateur `PROJ_BASE`.

```
PROJ_BASE(BASE=MODES,
                PROFIL='PLEIN',
                MATR_ASSE_GENE=(_F(MATRICE=CO('MAGE'),
                                   MATR_ASSE=MASSE,),
                                _F(MATRICE=CO('RIGE'),
                                   MATR_ASSE=RIGIDITE,),
                                _F(MATRICE=CO('AGGE'),
                                   MATR_ASSE=AMOGYRO,),),
                VECT_ASSE_GENE=(_F(VECTEUR=CO('BYGE'),
                                   VECT_ASSE=bal_Yass,),
                                _F(VECTEUR=CO('BZGE'),
                                   VECT_ASSE=bal_Zass,),),);
```

Un appel à l'opérateur unique `DYNA_VIBRA` (`TYPE_CALCUL='HARM'` et `BASE_CALCUL='GENE'`) permet ensuite de réaliser le calcul de réponse harmonique sur base modale.

4.5 Calcul de rotor fissuré

La procédure de mise en œuvre d’un calcul de rotor fissuré est exposée ci-dessous. Dans cette section, on se propose de présenter les modifications à apporter à un modèle sain pour tenir compte de la présence d'une fissure.

4.5.1 Démarche

La démarche privilégiée pour modéliser une fissure sur une ligne d'arbres (afin d'évaluer son impact sur le comportement dynamique) est d'introduire la loi de raideur correspondante dans `DYNA_VIBRA`. Actuellement, il est possible de définir une fissure uniquement dans le cas d'une analyse transitoire sur base modale et dans le cas des supports rigide et simplifié.

Pour plus de détails, le cas-test SDNL133 ([V5.02.133]) de la base de *Code_Aster* illustre l'approche proposée.

4.5.2 Détermination de la loi de raideur de la fissure

Le document de référence [R5.05.08] aborde la manière de déterminer la raideur équivalente d'une fissure. Le calcul de la loi de raideur de la fissure se fait sur un barreau cylindrique fissuré de dimensions unitaires (diamètre = 1 et longueur = 4 * diamètre). Lors de la génération du maillage du barreau fissuré plusieurs formes de fissures peuvent être modélisées (fond droit, semi-elliptique concave et convexe).

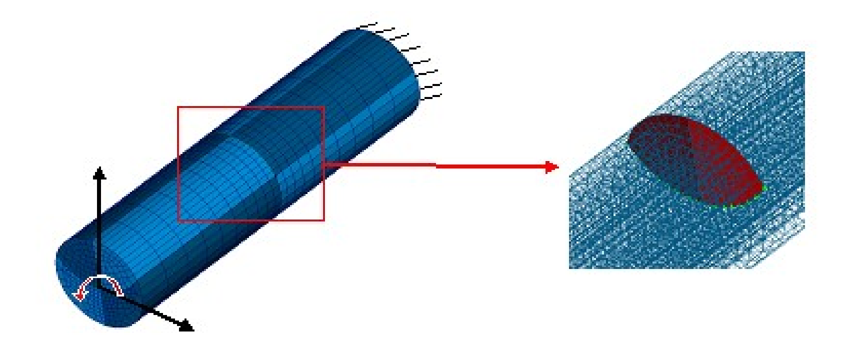


Figure 4.5.2-a: Modélisation de l'éprouvette fissurée

Le barreau fissuré est encastré sur une extrémité et un moment est appliqué sur la deuxième extrémité. L'orientation du moment évolue au cours du calcul de manière à parcourir une l'intervalle complète entre $0°$ et $360°$ avec un pas de $10°$, par exemple.
Un calcul statique est ensuite réalisé sur le barreau afin de déterminer la loi de raideur de la fissure ainsi que sa dérivée. À l'issu du calcul, un traitement Python, capitalisé dans le cas-test SDNLL133D ([V5.02.133]) permet de déterminer l'évolution de la raideur ainsi que de sa dérivée avec un pas de $0.2°$. Les résultats se présentent sous forme de fichier à 3 colonnes (angle, raideur, dérivée de la raideur). La Figure 4.5.2-a montre un exemple d'évolution de la raideur ainsi que de sa dérivée.

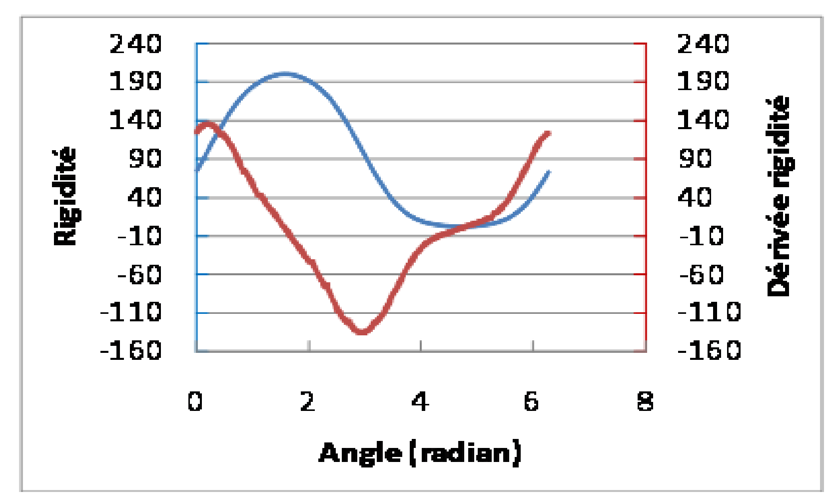


Figure 4.5.2-b: Exemple de loi de raideur de fissure

Comme les dimensions de l'éprouvette sont unitaires, la raideur ainsi que sa dérivée sont adimensionnées. Leurs niveaux seront ensuite adaptés aux dimensions de l'arbre lors du calcul dynamique.

4.5.3 Introduction de la loi de la fissure

L'introduction de la fissure dans le mise en données se fait par l'intégration d'un fichier ASCII composé de trois colonnes : l'angle de rotation (de 0 à 2 π), la raideur de l'élément fissuré et la dérivé de la raideur de l'élément fissuré. Par exemple, les premières lignes de la loi de fissure intégrée dans le cas-test SDNL133 sont :

```
0.00000E+00  1.88326E+01  5.84082E+01
1.74533E-02  1.98750E+01  6.09235E+01
3.49066E-02  2.09592E+01  6.35813E+01
5.23599E-02  2.20944E+01  6.63547E+01
6.98132E-02  2.32755E+01  6.96498E+01
```

On renseigne ensuite dans ASTK l'adresse du fichier ASCII.

4.5.4 Modification du fichier de commandes

Dans un premier temps il faut affecter le type d'élément à la maille « `FISSURE` » déjà créée dans le fichier maillage :

```
MOD_ROT=AFFE_MODELE(MAILLAGE=ARBRE,
                    AFFE=(….,
                       ….,
                        _F(GROUP_MA=('FISSURE'),
                                  PHENOMENE='MECANIQUE',
                                  MODELISATION='DIS_TR'),
                           …,
                    ) ) ;
```

Les propriétés de l'élément «`FISSURE`» sont ensuite définies en dédoublant l'opérateur `AFFE_CARA_ELEM` déjà existant dans le fichier de calcul sur le modèle sain. Il faut créer 2 affectations des caractéristiques élémentaires, une première avec fissure fermée (ou rigide) nommée `CARAELEM` et une deuxième tenant compte du point anguleux de l'arbre à l'endroit de fissure (arbre rotulé à cet endroit) nommée `CARAELEF`. La loi de raideur de la fissure n'est pas intégrée à ce stade, il s'agit ici de modéliser la fissure comme une rotule suivant les 2 axes de flexion x et y afin de déterminer la base modale.
Dans `CARAELEM`, les masses et raideurs sont définies comme suit :

```
CARAELEM=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MOD_ROT,
                    …,
                    _F(CARA='K_TR_D_L',
                       GROUP_MA='FISSURE,
                       VALE=(raidmax,raidmax,raidmax,raidmax,raidmax,raidmax),
                    _F(CARA='M_TR_D_L',
                       GROUP_MA='FISSURE,
                       VALE=(0,0,0,0,0,0),
                     …,
                     );
```

La rigidité de la fissure '`raidmax`' est choisie suffisamment élevée par rapport à celle de la ligne d'arbre (100 plus grande).
Dans `CARAELEF`, les valeurs des raideurs sont nulles suivant les 2 axes de flexion de l'arbre x et y (afin de tenir compte de la présence de la fissure) :

```
CARAELEF=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MOD_ROT,
                    …,
                    _F(CARA='K_TR_D_L',
                       GROUP_MA='FISSURE,
                       VALE=(raidmax,raidmax,raidmax,0,0,raidmax),
                    _F(CARA='M_TR_D_L',
                       GROUP_MA='FISSURE,
                       VALE=(0,0,0,0,0,0),
```

```
                    …,
                    );
```

4.5.5 Détermination de la base modale

La base modale d'un rotor est constituée des modes propres du système conservatif associé lorsque la fissure est fermée, enrichis des modes statiques correspondant à l'ensemble des réponses statiques lorsqu'un déplacement unitaire dans les directions DX, DY, DRX et DRY est imposée au nœuds à gauche et à droite de la fissure ouverte. Par exemple, on doit écrire :

```
#FISSURE FERMEE

   Modf = CALC_MODES ( MATR_RIGI = Kf,
                       MATR_MASS = M,
           OPTION    = 'CENTRE',
              CALC_FREQ = _F(FREQ = 1.,
                     NMAX_FREQ = 16)
                   SOLVEUR_MODAL = _F(METHODE='QZ') )

#FISSURE OUVERTE  : construction de modes statiques

   MSTF0 = MODE_STATIQUE ( MATR_RIGI = K,
                           MATR_MASS = M,
                           MODE_STAT = _F( GROUP_NO = ('FISG0','FISD0'),
                           AVEC_CMP = ('DX','DY','DRX','DRY') ) )
```

L'opérateur DEFI_BASE_MODALE doit ensuite être utilisé pour construire la base de projection. Dans un dernier temps, toutes les matrices réelles (masse, raideur, amortissement et gyroscopie) sont projetées via l'opérateur PROJ_MATR_BASE sur la base complète de RITZ (base BMOD). Pour le calcul des modes propres, le calcul modal final est réalisé à partir de ces matrices projetées, dites généralisées, à l'aide de l'algorithme de résolution de type QZ.

4.5.6 Réalisation d'un calcul transitoire

Dans un premier temps, il faut déterminer le coefficient multiplicateur de la loi de raideur qui tient compte des dimensions réelles du rotor. Ce coefficient est donné par l'équation suivante :

$$COEFF=\frac{E\times I}{2\times L}$$

avec $I=\frac{\pi\times D^4}{64}$ et $L=4\times D$

E étant le module de Young du matériau, D le diamètre de l'arbre, L sa longueur et I son moment quadratique en flexion.

```
YOUNG = 208.e9;
DIAM = 1.078;
LONG = (2.0 * DIAM);
I = (((((pi * DIAM) * DIAM) * DIAM) * DIAM) / 64.0);
COEFF = YOUNG*I/2/LONG
```

Les lois d'évolution de la raideur et de sa dérivée sont ensuite lues et multipliées par ce coefficient géométrique :

Loi de raideur :

```
F_K1=LIRE_FONCTION(UNITE=29,
                   NOM_PARA='ABSC',
                   INDIC_PARA=[1,1],
                   INDIC_RESU=[1,2],
                   PROL_DROITE="LINEAIRE",
                   PROL_GAUCHE="LINEAIRE",
                   INTERPOL='LIN');
```

Dérivée de la raideur :

```
F_KP1=LIRE_FONCTION(UNITE=29,
                    NOM_PARA='ABSC',
                    INDIC_PARA=[1,1],
                    INDIC_RESU=[1,3],
                    PROL_DROITE="LINEAIRE",
                    PROL_GAUCHE="LINEAIRE",
                    INTERPOL='LIN')
```

Multiplication par le coefficient géométrique :

```
F_K= CALC_FONCTION(COMB=(_F(FONCTION=F_K1,  COEF=COEFF)))
F_KP=CALC_FONCTION(COMB=(_F(FONCTION=F_KP1, COEF=COEFF)))
```

La résolution du calcul transitoire tenant compte de la présence de la fissure se fait ensuite avec la commande DYNA_VIBRA :

```
TRANGEN = DYNA_VIBRA ( MATR_MASS = MASGEN,
                       MATR_RIGI = RIGGEN,
                       MATR_AMOR = GYOGEN,
                     BASE_CALCUL = 'GENE',
                     TYPE_CALCUL = 'TRAN',
                    SCHEMA_TEMPS = _F (SCHEMA='EULER'),
                       INCREMENT = _F (PAS = pas, INST_FIN = tfin),
                           EXCIT = (_F(VECT_ASSE = vgen_po, COEF_MULT= 1 )),
                     ROTOR_FISS = _F ( GROUP_NO_G = 'FISS_G',
                                       GROUP_NO_D = 'FISS_D',
                                            K_PHI = F_K,
                                        VITE_ROTA = -1*OM,
                                          DK_DPHI = F_KP,),
                       ARCHIVAGE = _F( PAS_ARCH = 1000 ) )
```

La fissure est définie grâce au mot clé ROTOR_FISS, les lois de raideur (K_PHI) et de sa dérivée (DK_DPHI) sont appelées dans ce mot clé. Il faut également indiquer les 2 nœuds ('FISS_G' et 'FISS_D') délimitant la fissure.

4.6 Mise en œuvre de la méthode de calcul accidentel

La mise en œuvre de la méthode de calcul accidentel sur le GTA suite à la perte accidentelle d'une ailette terminale a été formalisée récemment [5] où le lecteur intéressé pourra trouver plus de détails. On se contente ici de décrire les grandes étapes de mise en œuvre d'un tel calcul.

La méthode de référence est structurée en deux étapes :
- la phase antérieure au départ d'ailette,
- la phase consécutive au départ d'une ailette.

4.6.1 Phase antérieure au départ d'une ailette

4.6.1.1 Calcul statique sous poids propre

L'objectif de la simulation statique sous l'effet de la pesanteur est de déterminer la répartition des efforts sur les différents paliers du GTA. Le délignage est pris en compte dans le modèle du GTA. A ce stade, une hypothèse forte d'appui de la ligne d'arbres sur des paliers infiniment rigides est retenue. Ainsi, les raideurs des paliers, à ce stade inconnues, sont fixées à une valeur très élevée.
Pour cette étape, on utilise classiquement l'opérateur `MECA_STATIQUE` avec des conditions aux limites de type délignage comme cela a été présenté dans le paragraphe 11.

4.6.1.2 Calcul des coefficients dynamiques linéaires des paliers

L'objectif de cette étape est de déterminer les valeurs des coefficients dynamiques linéaires associés à chacun des paliers (raideur et amortissement), pour plusieurs vitesses de rotation de la ligne d'arbres. Ces coefficients représentent l'effet du film d'huile des paliers sur le rotor, qui se manifeste dans le plan normal à l'axe de la ligne d'arbres. Le calcul des coefficients, et leur utilisation, se fait avec l'hypothèse de petits déplacements du rotor, donc d'un comportement linéaire du film fluide. En entrée du calcul, l'effort repris par un palier donné sous l'effet de la pesanteur, est fourni à EDYOS. La géométrie et les conditions de fonctionnement de ce palier doivent également être renseignées.

4.6.1.3 Calcul de la réponse harmonique linéaire à un balourd

Ce calcul consiste à évaluer la réponse en régime harmonique du GTA soumis à un balourd correspondant au départ d'une ou plusieurs ailettes du dernier étage de l'un des flux des corps BP. La valeur du balourd est calculée sur la base de la masse d'une ailette, de la distance entre son centre de gravité et la fibre neutre de l'arbre et de la vitesse de rotation du GTA. L'application est identique pour plusieurs ailettes. Les différentes positions possibles du balourd sont examinées afin de déterminer laquelle est la plus pénalisante d'un point de vue des efforts sur les paliers.

L'objectif de ce calcul est multiple. Il permet de déterminer :
- les paliers dont le film d'huile est susceptible d'avoir un comportement non-linéaire, qu'il sera nécessaire de prendre en compte,
- les positions du balourd, sur les derniers étages d'ailettes, les plus pénalisantes à partir des valeurs d'efforts relevées aux paliers,
- les vitesses critiques de la ligne d'arbres,
- les caractéristiques du modèle de support simplifié qui permettent d'obtenir, aux vitesses critiques, des réponses harmoniques sous balourd équivalentes à celles issues d'une simulation avec un support généralisé.

En pratique, ce calcul harmonique est réalisé de manière classique par un appel à `DYNA_VIBRA` pour une vitesse de rotation constante.

4.6.2 Phase consécutive au départ d'une ailette – calcul non-linéaire

Lors du départ d'une ou plusieurs ailettes terminales sur un corps BP, un balourd de forte amplitude apparaît, ce qui génère de fortes vibrations de la ligne d'arbres. Ces vibrations peuvent conduire à des déplacements du rotor qui remettent en cause le comportement linéaire du film d'huile de certains paliers, et à des contacts entre le rotor et le stator. Pour les corps BP, les jeux minimaux se situent au niveau des diaphragmes et des bouts d'ailettes mobiles.

La méthode exposée ici inclut la modélisation de la non-linéarité des paliers tant que le contact n'est pas établi. Il s'agit d'un calcul transitoire sous l'effet de la pesanteur, puis, une fois la réponse stabilisée, sous l'effet cumulé d'un balourd. L'interaction entre le comportement non-linéaire du film fluide et la ligne d'arbres est simulée à l'aide d'un couplage entre *Code_Aster* et EDYOS. A chaque pas de calcul, *Code_Aster* envoie la position et la vitesse du rotor à EDYOS. Ce dernier renvoie les

efforts dus au film fluide. *Code_Aster* calcule les nouvelles position et vitesse du rotor qui sont envoyées à EDYOS au pas suivant.

Pour les positions du balourd les plus pénalisantes (déterminés par le calcul harmonique précédent), dans le modèle de GTA, un comportement non-linéaire est affecté aux paliers les plus sollicités. Une liste décroissante des vitesses de rotation, représentant le ralentissement de la ligne d'arbre, est établie. Ces vitesses de rotation sont imposées dans des calculs indépendants les uns des autres car on s'intéresse à la solution en régime établi.

Deux critères d'arrêt sont associés au calcul :
- l'apparition du contact rotor-stator, lorsque les déplacements de la ligne d'arbres deviennent supérieurs ou égaux aux jeux minimaux avec les points du stator en vis-à-vis,
- l'atteinte d'une épaisseur du film d'huile calculée inférieure à 10 µm. En effet, lorsque l'épaisseur de ce film atteint 2 µm, elle devient du même ordre de grandeur que la rugosité des surfaces. Dans ces conditions, un cisaillement important apparaît, ce qui a un effet sur la thermique dans cette zone, et conduit à une baisse de la viscosité du fluide, qui n'est pas simulée par le code « palier ». Pour s'affranchir de tout défaut de représentativité, une marge est prise sur l'épaisseur minimale en-dessous de laquelle la simulation n'est plus valide, d'où la valeur retenue de 10 µm, en-dessous de laquelle le calcul « palier » n'est plus considéré licite.

Les objectifs de cette étape sont donc la mise en évidence :
- des efforts maximaux agissant aux paliers et des vitesses de rotation auxquelles ils apparaissent,
- des efforts maximaux agissant aux paliers à la vitesse de rotation à laquelle le premier contact rotor-stator apparaît, le cas échéant.

Ces valeurs sont ensuite confrontées aux efforts maximaux admissibles aux paliers spécifiés par le constructeur. Cette comparaison devra prendre en compte que les admissibles correspondent généralement à un niveau statique, alors que les efforts calculés sont de nature dynamique.

L'analyse transitoire en situation accidentel se fait exclusivement sur base modale en considérant une situation à vitesse de rotation constante. On réalise ainsi une suite de calculs transitoires jusqu'à l'apparition de l'un des deux critères d'arrêt. Les schémas explicites préconisés pour cette analyse transitoire sont Euler, Adapt_ordre_1 et Adapt_ordre_2.

5 Post-traitements pour les études « machines tournantes »

Pour un calcul modal, le *Code_Aster* permet de calculer les sensibilités modales au balourd ainsi que les coefficients de participation. Pour les calculs harmoniques, *Code_Aster* permet de tracer l'évolution de l'amplitude et de la phase d'un degré de liberté en fonction de la fréquence d'excitation, de tracer pour une fréquence d'excitation donnée la déformée du rotor et les ellipses trajectoires des nœuds. Il permet également de déterminer les caractéristiques de la trajectoire du nœud pour une fréquence d'excitation donnée.

5.1 Sensibilités modales au balourd

Il peut arriver qu'un mode (position de sa vitesse critique) se situe dans une zone estimée « à risque » sans que ce dernier ne pose de problème vibratoire particulier. En effet, lors de l'introduction de la notion d'amortissement, les racines de l'équation du comportement écrite sous forme matricielle ne sont plus purement complexes, et une partie réelle apparaît :

$$r_i = -\frac{\epsilon_i \omega_i}{\sqrt{1-\epsilon_i^2}} + j\,\omega_i$$

Où ϵ_i est l'amortissement réduit du mode et ω_i la fréquence propre du mode. On peut alors définir le facteur de sensibilité au balourd, M_i :

$$M_i = \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega_i}\right)^2}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\Omega}{\omega_i}\right)^2\right)^2 + 4\,\xi_i^2\left(\frac{\Omega}{\omega_i}\right)^2}},$$

Où Ω est la vitesse de rotation de la ligne d'arbres.

Cette grandeur permet de déterminer si oui ou non le mode est critique. Ainsi, un mode parfaitement synchrone avec la vitesse de rotation peut s'avérer inoffensif pour la ligne d'arbres si son amortissement réduit possède une valeur proche de 1. C'est pourquoi, on considère que si la valeur du facteur de sensibilité est inférieure à un certain seuil, alors il n'y a pas de problème vibratoire particulier. Cette grandeur peut être calculée de la façon suivante à partir du concept `MODE_MECA` :

```
TABLE=RECU_TABLE(CO=MODES,
                 NOM_PARA=('NUME_MODE','FREQ','AMOR_REDUIT'),);
tab=TABLE.EXTR_TABLE()
fprop=tab.FREQ
amort=tab.AMOR_REDUIT
# Calcul pour le i ème mode
fp=fprop[i]
am=amort[i]
r=w/fp
Mn=r**2/sqrt((1.-r**2)**2.+(2.*am*r)**2)
```

5.2 Coefficients de participation

Pour un mode donné, les coefficients de participation sont les contributions respectives des énergies de déformation du rotor et du support à l'énergie de déformation totale du système. L'énergie de déformation totale du mode k s'écrit :

$$E_k = \Phi_k^t K \Phi_k$$

En séparant les degrés de liberté relatifs au rotor et ceux relatifs au support, l'énergie s'exprime sous la forme :

$$E_k = \begin{bmatrix}\Phi_{kr}^t & \Phi_{ks}^t\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}K_r & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K_{rr}(\Omega) & K_{rs}(\Omega)\\ K_{sr}(\Omega) & K_{ss}(\Omega)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & K_s\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}\Phi_{kr}\\ \Phi_{ks}\end{bmatrix}$$

Si l'on note E_{kr} et E_{ks} les énergies du rotor et du support, définies par :

$$E_{kr} = \Phi_{kr}^t K_r \Phi_{kr} \quad \text{et} \quad E_{ks} = \Phi_{ks}^t K_s \Phi_{ks}$$

Les coefficients de participation relatifs au rotor et support sont définis respectivement par :

$$\rho_{kr} = \frac{E_{kr}}{E_k} \quad \text{et} \quad \rho_{ks} = \frac{E_{ks}}{E_k}$$

L'opérateur `POST_ELEM` permet d'accéder directement aux énergies potentielle, cinétique et de déformation élastique sur tout le système mécanique (option `TOUT='OUI'`) ou des parties du système (option `GROUP_MA='ROTOR'` ou `GROUP_MA='MASSIF'`). L'exemple suivant permet de calculer ces énergies pour les 4 premiers modes de la ligne d'arbres.

Remarque :

Il est important de noter que le calcul des énergies n'est disponible que pour les modes réels.

```
EPOT_TOT=POST_ELEM(RESULTAT=MODES,
```

```
                        NUME_MODE=(1,2,3,4),
                        MODELE=MODELE,
                        CARA_ELEM=CARELEM,
                        CHAM_MATER=CHMAT,
                        ENER_POT=_F(TOUT='OUI'),
                   );
epot_tot=EPOT_TOT.EXTR_TABLE()
tot_epot=epot_tot.TOTALE

EPOT_ROT=POST_ELEM(RESULTAT=MODES,
                        NUME_MODE=(1,2,3,4),
                        MODELE=MODELE,
                        CARA_ELEM=CARELEM,
                        CHAM_MATER=CHMAT,
                        ENER_POT=_F(GROUP_MA='ROTOR'),
                   );
epot_rot=EPOT_ROT.EXTR_TABLE()
rot_epot=epot_rot.TOTALE

EPOT_MAS=POST_ELEM(RESULTAT=MODES,
                        NUME_MODE=(1,2,3,4),
                        MODELE=MODELE,
                        CARA_ELEM=CARELEM,
                        CHAM_MATER=CHMAT,
                        ENER_POT=_F(GROUP_MA='MASSIF'),
               );
epot_mas=EPOT_MAS.EXTR_TABLE()
mas_epot=epot_mas.TOTALE
```

L'obtention des coefficients de participation peut se faire en Python de la même façon que pour les sensibilités modales au balourd M_n (cf. paragraphe 7.1).

```
# Calcul des participations du rotor et massif pour le premier mode
tot_pot1=tot_epot[1]
rot_pot1=rot_epot[1]
mas_pot1=mas_epot[1]
part_rot=rot_pot1/tot_pot1
part_mas=mas_pot1/tot_pot1
print 'part_rot', part_rot
print 'part_mas', part_mas
```

5.3 Détermination des phases et amplitudes en harmonique

La déformée (modale, réponse harmonique, etc.) est caractérisée par des déplacements complexes. Ce caractère complexe des déplacements correspond à l'introduction de déphasage entre les déplacements des nœuds du modèle. Ce déphasage est dû à l'amortissement et aux effets gyroscopiques liés à la rotation du rotor. À partir du concept résultat, les déplacements latéraux sont récupérés sous forme de fonctions comme suit :

```
DY_DIS2=RECU_FONCTION(RESULTAT=DHAM,
                      NOM_CHAM='DEPL',
                      NOM_CMP='DX',
                      GROUP_NO='N_DIS2',);

DZ_DIS2=RECU_FONCTION(RESULTAT=DHAM,
                      NOM_CHAM='DEPL',
                      NOM_CMP='DY',
                      GROUP_NO='N_DIS2' ,);
```

Les amplitudes et les phases de déplacement suivant les axes x et y sont obtenues à partir des déplacements modaux complexes dans les mêmes directions comme suit :

```
MOD_Y_D2=CALC_FONCTION(EXTRACTION=_F(FONCTION=DX_DIS2,
                                     PARTIE='MODULE',),);

MOD_Z_D2=CALC_FONCTION(EXTRACTION=_F(FONCTION=DY_DIS2,
                                     PARTIE='MODULE',),);

PHA_Y_D2=CALC_FONCTION(EXTRACTION=_F(FONCTION=DX_DIS2,
                                     PARTIE='PHASE',),);

PHA_Z_D2=CALC_FONCTION(EXTRACTION=_F(FONCTION=DY_DIS2,
                                     PARTIE='PHASE',),);
```

Pour la commodité de mise en œuvre des opérations ultérieures de post-traitement, ces grandeurs sont stockées sous format de tables.

```
TABMODY=CREA_TABLE(FONCTION=_F(FONCTION=MOD_X_D2, ))
TABMODZ=CREA_TABLE(FONCTION=_F(FONCTION=MOD_Y_D2, ))
TABPHAY=CREA_TABLE(FONCTION=_F(FONCTION=PHA_X_D2, ))
TABPHAZ=CREA_TABLE(FONCTION=_F(FONCTION=PHA_Y_D2, ))

MODYDIS2=TABMODZ['DX',1]
MODZDIS2=TABMODY['DY',1]
PHAYDIS2=TABPHAZ['DX',1]
PHAZDIS2=TABPHAY['DY',1]
```

5.4 Détermination des ellipses des rotors

Comme pour les modes propres, La trajectoire d'un nœud dans le plan perpendiculaire à la fibre neutre du rotor est donc une ellipse dont les caractéristiques sont définies de la manière suivante :

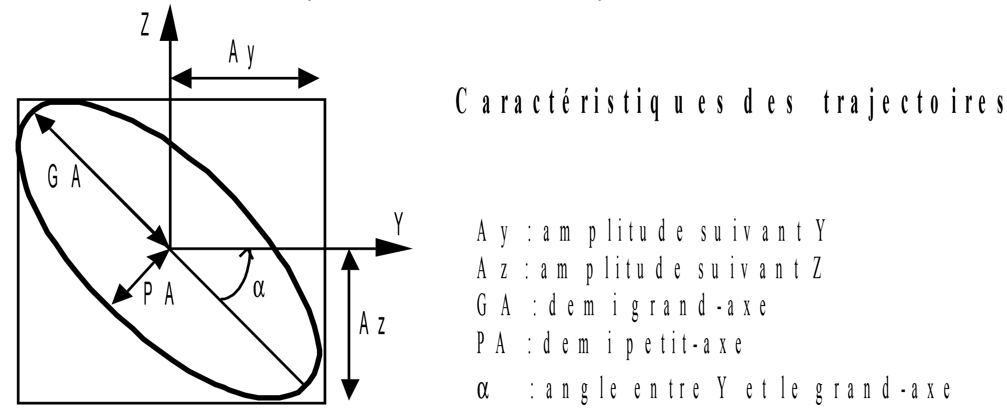


Figure 5.4-a : Illustration de la trajectoire d'un mode

Ensuite, on doit déterminer le grand-axe de la trajectoire elliptique. D'un point de vue vibratoire, c'est la valeur du demi grand-axe qui représente le niveau (crête) vibratoire à prendre en compte pour le dimensionnement ou la surveillance.

```
dax=ellipse(MODXDIS2,MODYDIS2,PHAXDIS2,PHAYDIS2)
```

La fonction ellipse est définie comme suit :

```
def ellipse(modx,mody,thetx,thety) :
    thetx=thetx*pi/180.
    thety=thety*pi/180.
    num = modx**2*sin(2*thetx) + mody**2*sin(2*thety)
    denum = modx**2*cos(2*thetx) + mody**2*cos(2*thety)
    if abs(denum) < 1e-33 :
       maxdemiaxe = 0.
    else :
       T=.5*atan(-num/denum)
       ux1 = modx*cos(T+thetx)
       uy1 = mody*cos(T+thety)
       ux2 = modx*cos(T+thetx+pi/2.)
       uy2 = mody*cos(T+thety+pi/2.)
       axy1 = sqrt(ux1**2+uy1**2)
       axy2 = sqrt(ux2**2+uy2**2)
       maxdemiaxe = max(axy1,axy2)
    return maxdemiaxe
```

Le sens de parcours de la trajectoire est appelé sens de précession. Si le sens de parcours de la trajectoire elliptique correspond au sens de rotation du rotor, la précession est dite directe . Dans le cas contraire la précession est dite inverse ou rétrograde.
On suppose sans le démontrer que, pour un même mode, tous les nœuds ont le même sens de précession. On parle alors de mode direct ou rétrograde.
Dans *Code_Aster* , l'identification du sens de précession se fait soit en fonction du signe de la plus grande orbite (le nœud dont le grand axe est maximum) dans un mode, soit en fonction du signe de la somme des signes de toutes les orbites. Pour plus de renseignements sur le calcul du sens de précession, le lecteur pourra se référer au document [R7.10.03].

5.5 Diagramme de Campbell

Le diagramme de Campbell est une représentation graphique permettant le suivi des fréquences naturelles d'un système en rotation en fonction de sa vitesse de rotation ainsi que les zones d'instabilité de ces modes ([R7.10.03]). Les fréquences naturelles et les modes d'un système tournant sont obtenus par la résolution de l'équation d'équilibre dynamique d'un système d'arbres tournants, sans second membre et incluant les effets d'amortissement gyroscopique.

A cet effet, deux macro-commandes sont développées dans *Code_Aster*. La première macro-commande, `CALC_MODE_ROTATION` [U4.42.51], permet le calcul des fréquences et des modes sur le système complet en fonctions des vitesses de rotation. La deuxième macro-commande, `IMPR_DIAG_CAMPBELL` [U4.52.52], permet de classer les modes en flexion, en torsion et en traction compression, de normer ces modes, de déterminer le sens de précession des modes en flexion, de réaliser le tri des fréquences suivant différentes méthodes de suivi de modes et, enfin, de tracer le diagramme de Campbell.

6 Références bibliographiques

1 M. LALANNE, G. FERRARIS, " Rotordynamics Prediction in Engineering ", Second Edition, Wiley, 2001.

2 *CODE_ASTER*, www.code-aster.org .

3 CADYRO, manuel d'utilisation.

4 ROTORINSA, logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion, LaMCoS UMR5259, INSA-Lyon.

5 N. GUILLOTEAU, I. NISTOR, N. SELLALI-HARAIGUE, H-T63-2014-00306-FR « Projet DECOLE : Méthode de référence pour le calcul accidentel des lignes d'arbres de turbines sous Salome Meca »

7 Annexes

7.1 Tableau des cas-tests machines tournantes dans *Code_Aster*

Nom du test		SDLL123			SDLL124		SDLL125	SDLL126				SDLL140	SDNL133			
		a	b	c	a	b	a	a	b	c	d	a	a	b	c	d
Rotor suivant		x	x	x	z	z	z	x	x	x	z	x	x	y	x	
Élément	Poutre Euler	Oui	Oui	Oui												
	Poutre Timoshenko	Oui			Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Non
	3D volumique															
Disque		1	1		3	3	2	3	3	3	3	3	1	1	1	
Palier	rigides	2	2													
	linéaires			2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	
	symétriques	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	1	1	1	
Support	rigides	2	2										2	2	2	
	simplifiés			2												
	généralisés				Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non				
Fréq. propres	QZ											Oui				
	Sorensen											Oui	Oui	Oui	Oui	
	2 étages											Oui				
	Campbell				Oui	Oui	Oui									
Harmonique	`DYNA_LINE_HARM`									Oui						
Transitoire	`DYNA_LINE_TRAN`							Oui								
	`DYNA_TRAN_MODAL`								Oui		Oui		Oui	Oui	Oui	
Fissure		Non			Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	
Validation	Non régression	Oui	Oui	Oui												
	Source externe				Oui	Oui	Oui					Oui				
	Analytique															
	Autre Aster							Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	
Remarques																Détermination de la loi de fissure

Nom du test		SDLL141				SHLL102	SHLL103	SDLL127	SDLL128	SDLL129	SDLV132
		a	b	c	d	a	a	a	a	a	a
Rotor suivant		x	$x+y$	$x+y$	x	x	x	x	x	x	x
Élément	Poutre Euler	Oui	Oui		Oui						
	Poutre Timoshenko					Oui	Oui	Oui		Oui	Oui
	3D volumique										
Disque				répartis		3	3		3	3	Non
Palier	rigides	2	2	2	2	2	2				
	linéaires							2	2	2	2
	symétriques					Oui	Non	Oui	Var	Var	Oui
Support	rigides	2	2	2	2	2	2				
	simplifiés										
	généralisés					Non	Non	Non	Non	Non	Oui
Fréq. propres	QZ							Oui			
	Sorensen	Oui	Oui	Oui	Oui						
	2 étages										
	Campbell									Oui	
Harmonique	DYNA_LINE_HARM					Oui	Oui				
Transitoire	DYNA_LINE_TRAN										
	DYNA_TRAN_MODAL										
Fissure		Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Validation	Non régression						Oui	Oui	Oui		Oui
	Source externe					Oui	Oui	Oui		Oui	Oui
	Analytique	Oui	Oui	Oui	Oui						
	Autre Aster							Oui			Oui
Remarques					Fausse section variable			Section variable			

Nom du test		SDNV108			SDNV109		SDNV110	
		a	b	c	a	b	a	b
Rotor suivant		z	z	z	x	x	x	x
Élément	Poutre Euler							
	Poutre Timoshenko							
	3D volumique	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Disque								
Palier	rigides							
	linéaires						2	2
	symétriques						Oui	Oui
Support	rigides						2	2
	simplifiés							
	généralisés							
Fréq. propres	QZ							
	Sorensen	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
	2 étages							
	Campbell							
Harmonique	DYNA_LINE_HARM							
Transitoire	DYNA_LINE_TRAN							
	DYNA_TRAN_MODAL							
Fissure		Non			Non	Non		
Validation	Non régression							
	Source externe	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
	Analytique							
	Autre Aster							
Remarques								